

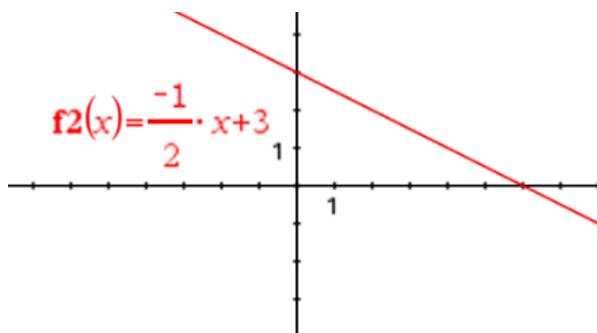
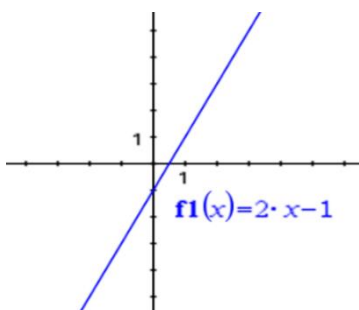
# Přehled funkcí<sup>1</sup>

Jestliže matematici jsou kuchaři, pak funkce jsou jejich ingredience. Každá funkce má svoji vlastní chuť a osobnost. Předtím než se naučíte popisovat vědecké fenomény za využití funkcí, musíte mít jasno ohledně názvu každé **funkce** a o tom, jak se chová.

**Lineární funkce:**  $f(x) = mx + b$

$m$  = sklon

$b$  = průsečík osy  $y$



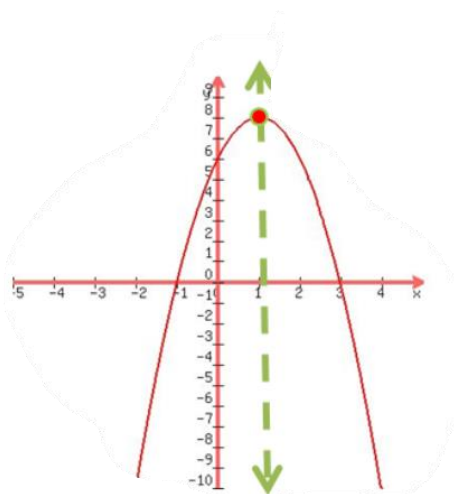
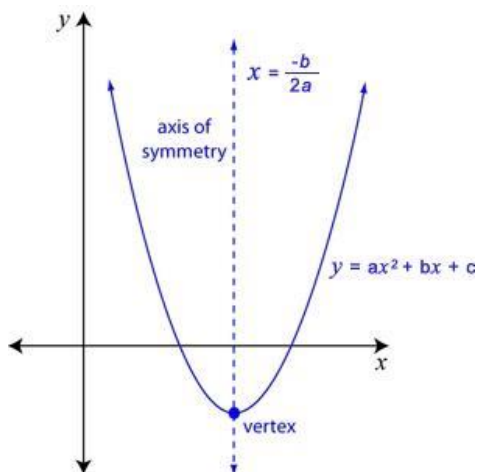
**Kvadratická funkce:**  $f(x) = ax^2 + bx + c$

$c$  = průsečík osy  $y$

$x = \frac{-b}{2a}$  je osou symetrie

$a > 0$

$a < 0$



<sup>1</sup> Odkaz na webovou stránku s originálem: <https://phet.colorado.edu/en/activities/6386>. Konkrétně dostupné z odkazu:

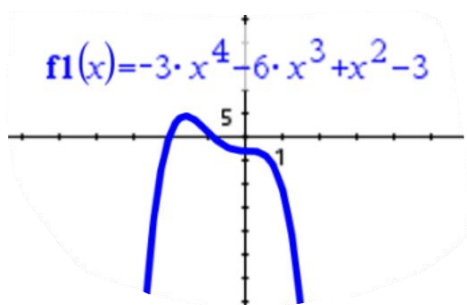
[https://docs.google.com/document/d/1390t\\_WYiHsD0Z1kSgaoIrYUq6qm2NMkG1\\_WEp3\\_c\\_og/edit?tab=t.0](https://docs.google.com/document/d/1390t_WYiHsD0Z1kSgaoIrYUq6qm2NMkG1_WEp3_c_og/edit?tab=t.0), který je součástí originálního pracovního listu.

Kvadratické funkce jsou nejčastěji používány ke znázornění pohybu střely, ale mají také spoustu dalších aplikací v běžném životě.

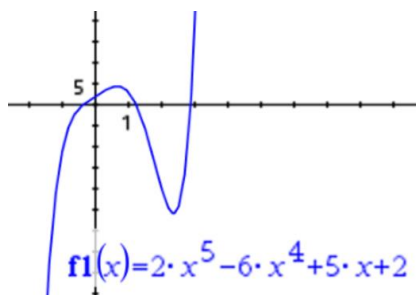
### Polynomické funkce:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

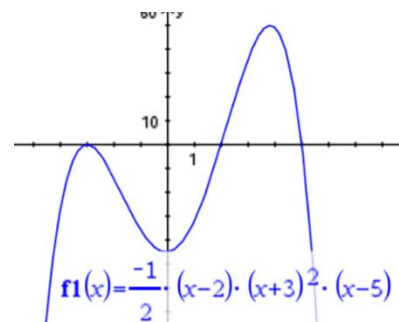
Příklady polynomických funkcí...



Polynom 4. stupně,  
standardní forma



Polynom 5. stupně,  
standardní forma



Tento polynom je  
ve  
„faktorizovaném  
stavu“

**Stupeň** polynomu se určuje podle nejvyššího členu polynomu. Čím vyšší je stupeň, tím více může mít polynom potenciálních průsečíků x-ové osy (kořenů). Například polynom 6. stupně může mít až 6 kořenů.

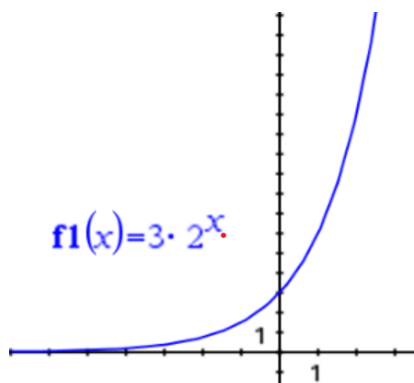
Polynom ve „**standardním tvaru**“ se píše tak, že na prvním místě je člen s největší mocninou a za ním následují ostatní členy podle velikosti mocniny sestupně.

**Exponenciální funkce:**  $f(x) = ab^x$

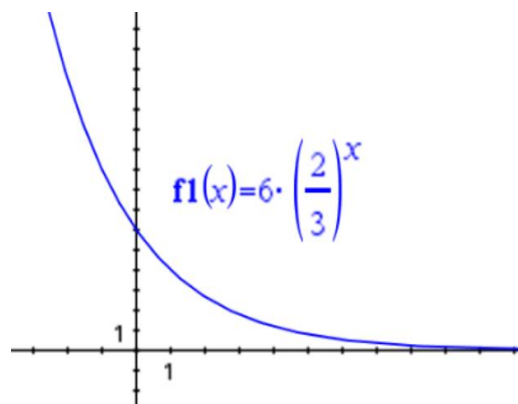
$a$  = průsečík s y-ovou osou

$b$  = růstový/poklesový faktor

$b > 0$



$b < 0$

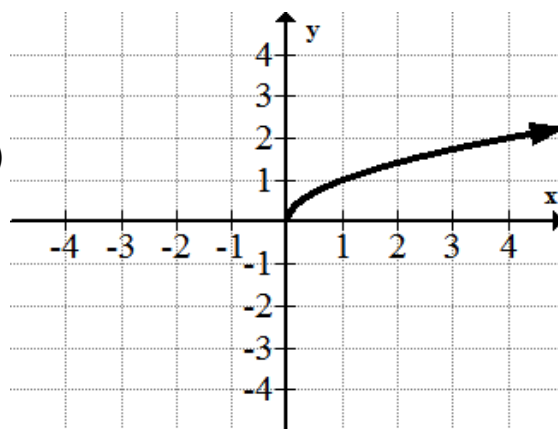


Exponenciální funkce ve tvaru  $f(x) = ab^x$  má **horizontální asymptotu** v  $y = 0$  (x-ová osa). Asymptota je přímka, ke které se graf přibližuje blíž a blíž, ale nikdy jí nedosáhne.

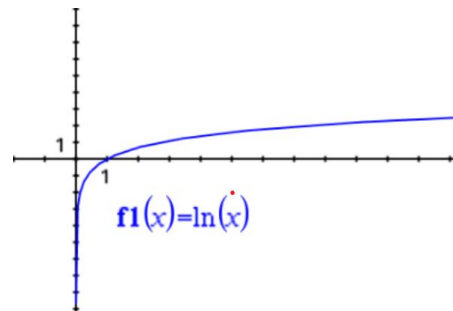
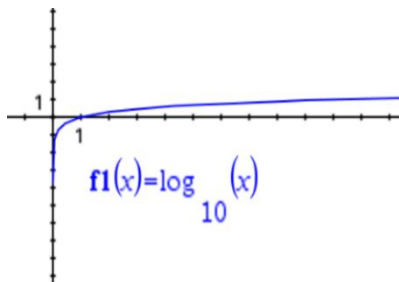
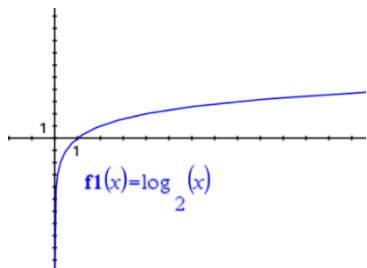
**Funkce odmocniny:**  $f(x) = \sqrt{x}$

Povšimněte si, jak tento graf náhle končí v bodě (0, 0) a vlevo do osy y být nemůže.

To je proto, že odmocnina ze záporných x-ových hodnot nemá reálné řešení.



**Logaritmické funkce:**  $f(x) = \log_n(x)$



Logaritmické funkce ve tvaru  $f(x) = \log_n(x)$  mají **vertikální asymptotu** v  $x = 0$  (y-ová osa)

Asymptota je přímka, ke které se graf přibližuje blíž a blíž, ale nikdy jí nedosáhne.

Logaritmická funkce prochází x-ovou osou v bodě  $(1, 0)$ .

Logaritmická funkce je **inverzní** („rušící“) funkcí k exponenciální funkci o stejném základu.

Například  $y = \log_3(x)$  je inverzní funkcí k  $y = 3^x$ . Grafy jakýchkoliv dvou inverzních funkcí jsou vzájemnými zrcadlovými obrazy nad přímkou  $y = x$ .

Logaritmická funkce je základem Richterovy škály, která se používá k měření síly zemětřesení.

***Lidé si často pletou grafy funkce odmocniny s grafy logaritmické funkce. Jaké jsou jedny z důležitých rozdílů mezi těmito dvěma grafy?***

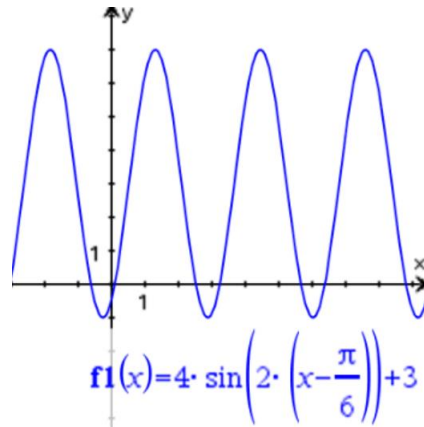
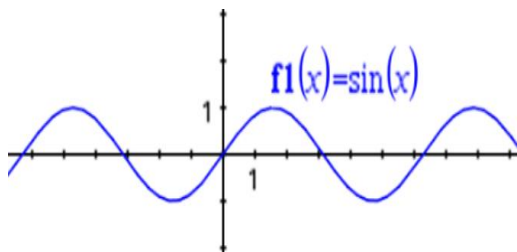
**Periodické funkce:**  $y = a \cdot \sin(b(x-c)) + d$

a = amplituda

b = frekvence

c = vodorovný posun

d = svislý posun



Tyto funkce se označují jako tzv. „sinusoidy“. Používají se k popisu zvukových/světelných vln a jevů, které se cyklicky opakují za určitou časovou periodu (např. počet hodin denního světla během každého dne se řídí ročním cyklem).

### NOVÁ funkce k prozkoumání:

Nyní společně prozkoumáme NOVOU funkci, a to ve tvaru  $x \cdot y = C$ , kde C je konstanta.

Prozkoumejme funkci  $x \cdot y = 8$ . Pokuste se najít několik uspořádaných párů (x,y) které dávají **součin 8**. Pro začátek vám pomůže několik příkladů, další vytvořte sami.

(4, 2)                      ( - 1, \_\_\_\_\_ )                      ( \_\_\_\_\_, ½ )

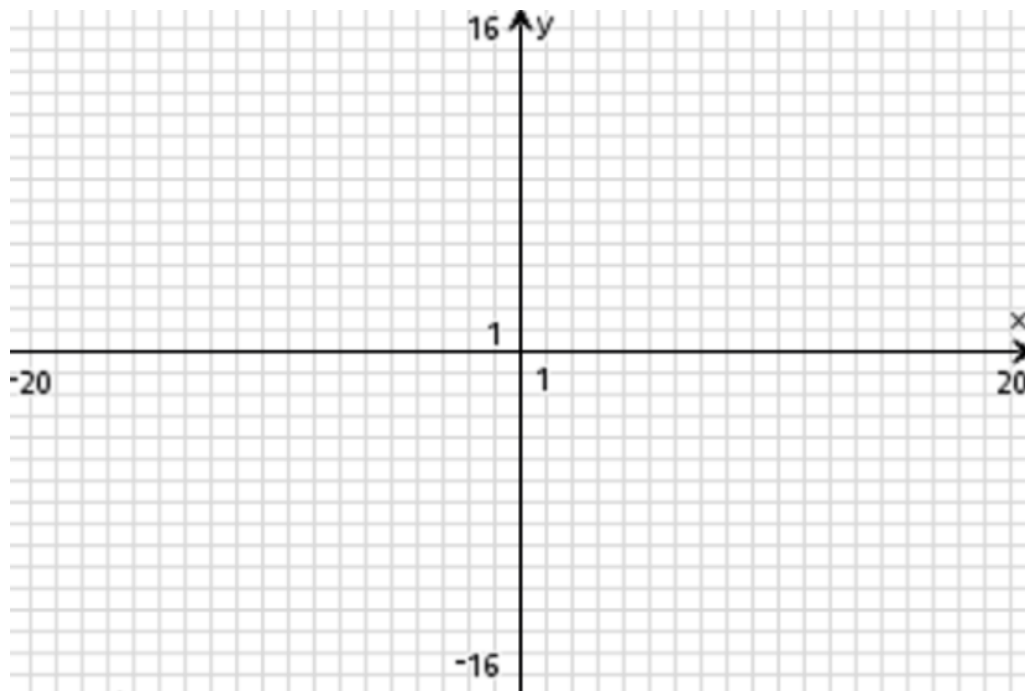
(0, \_\_\_\_\_)                      (80, \_\_\_\_\_)                      ( .01, \_\_\_\_\_)

( \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ )                      ( \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ )                      ( \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_ )

( \_\_\_\_\_ , \_\_\_\_\_ )    ( \_\_\_\_\_ , \_\_\_\_\_ )    ( \_\_\_\_\_ , \_\_\_\_\_ )

### Průzkum (pokračování)

Vyznačte do soustavy souřadnic body, které jste právě vytvořili, případně i další možné body a vytvořte graf  $x \cdot y = 8$ .



Co se děje v grafu, kde  $x = 0$ ? A kde  $y = 0$ ?

Co se děje se y-ovými souřadnicemi, když se  $x$  blíží nule?

Co se děje s y-ovými souřadnicemi, když  $|x|$  půjde do nekonečna?

Zaměřte se na část grafu v 1. kvadrantu. Jak je tato část grafu **podobná** grafu klesající exponenciály? Jak se od něho **liší**?

## Průzkum (pokračování)

Rovnice  $x \cdot y = 8$  může být řešena pro  $y$  a přepsána na ekvivalentní formu  $y = \frac{8}{x}$ .

Obecně, jakákoliv funkce ve formě  $x \cdot y = C$  může být přepsána na  $y = \underline{\hspace{2cm}}$ .

**Pojďme prozkoumat, co se stane, když změníme hodnotu  $C$ .**

Ve vámi zvoleném programu se pokuste vykreslit následující grafy:

$$y = \frac{5}{x}$$

$$y = \frac{2}{x}$$

$$y = \frac{20}{x}$$

$$y = \frac{1}{x}$$

Čím jsou grafy podobné? Čím se liší? Popište význam konstanty  $C$  pro grafy.

Funkce  $y = \frac{C}{x}$  může být také zapsána v ekvivalentní formě  $y = C \cdot x^{-1}$ .

Nakreslete dohromady grafy funkcí  $y = \frac{8}{x}$  a  $y = 8x^{-1}$ . Čeho jste si u těchto grafů povšimli?

Funkce  $y = C \cdot x^{-1}$  je specifickým příkladem **mocninné funkce**.

Obecně, je **mocninná funkce** ve tvaru  $y = C \cdot x^b$

**Pojďme prozkoumat, co se stane, když změníme hodnotu  $b$ ,** na kterou je umocněno  $x$  v mocninné funkci.

Nakreslete následující funkce. V čem jsou grafy podobné? V čem se liší? Jaké závěry z toho můžete vyvodit?

$$y = 2x^2$$

$$y = 2x^3$$

$$y = 2x^4$$

$$y = 2x^5$$

$$y = 2x^6$$

Nakreslete následující funkce. Zároveň, zadejte na své grafické kalkulačce funkci TRACE a rozhodněte, co se děje, když  $x$  je hodně velké A když  $x$  je velmi malé. V čem jsou grafy podobné? Čím se liší? Jaké závěry z toho můžete vyvodit?

$$y = 2x^{-1}$$

$$y = 2x^{-2}$$

$$y = 2x^{-3}$$

$$y = 2x^{-4}$$

Když kreslíte grafy funkcí ve tvaru  $y = C \cdot x^b$  je možné, aby  $b$  bylo desetinné číslo? Vyzkoušejte to a zjistěte. Uvažujte kladné i záporné hodnoty pro  $b$ .

Co jste zjistili? Jaké máte ještě otázky?